

# План курса «Вопросы представления и обработки сигналов»

Речистов Григорий

30 ноября 2008 г.

## 1 Введение

Цель курса – ознакомить слушателей с некоторыми аспектами представления, обработки и передачи сигналов, используемых в технике.

**Предварительное замечание** Ввиду того, что тема передачи и обработки информации обширна, а время цикла ограничено, планируется рассказать только об *избранных* темах, не совсем лежащих в единую картину и далеко не полностью подкреплённых теорией, но, по мнению автора, дающих первоначальные представления о том, почему что-то сделано так, а не иначе. Поэтому в курсе не освещены такие темы, как

- линейные фильтры, синтез/анализ
- цифровая обработка
- современные представления сигналов (вейвлет анализ и т.п.)
- генерирование, детектирование модулированных сигналов<sup>1</sup>.

Ну и формулировки многих утверждений даны без доказательства, ибо строгое доказательство потребовало бы от слушателей пока недоступных для них знаний.

После успешной сдачи курса слушатели будут обладать следующими навыками:

1. Оперировать такими понятиями, как энтропия источника сигнала, энергия сигнала и взаимная энергия сигналов, шум, пропускная способность канала, понимать ограничения, накладываемые на свойства систем и сигналов в них.
2. Иметь представление о вычислении спектра сигнала, обратном преобразовании, различать периодические, финитные сигналы, знать свойства спектров.
3. Знать значения понятий «несущая», «модуляция», «детектирование», «манипуляция»
4. Понимать принципы различных способов модуляции: АМ, ЧМ, ФМ, ШИМ... , их преимущества и недостатки.
5. Понимать смысл и ограничения теоремы Котельникова.

---

<sup>1</sup>А жаль...

**Целевая аудитория:** школьники 10 и 11 классов.

**Необходимый уровень знаний:** школьный курс «Электричество», умение оперировать комплексными числами в различных записях, умение интегрировать по частям.

**Длительность курса:** один цикл.

## 2 План курса

### 2.1 День 1

- Модели сигналов. Источник без памяти с дискретным временем. Определение энтропии  $H$  для него.
- Кодирование сигнала – преобразование его в форму, удобную для дальнейшей обработки. Отличие от шифрования – преобразование с целью скрыть исходные параметры сигнала. Прямая и обратная теорема Шеннона (без доказательства).
- Мера сигнала – его «мощность»  $S(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x^2(t)| dt$ . Взаимная энергия сигналов  $S(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot y^*(t) dt$ . Ортогональность сигналов. Физически реализуемые сигналы.
- Формулы, необходимые далее в курсе: ряд Фурье, преобразование Фурье, обратное преобразование Фурье, их простейшие свойства (без доказательств).
- Определение операции свёртки. Спектр произведения сигналов.
- Дельта-функция как предельный переход последовательности «обычных функций» и как функционал.

### 2.2 День 2

**Предварительное замечание** Неплохо бы подготовить компьютерную демонстрацию преобразования Фурье ряда функций (в Матлабе или чём-то типа того), чтобы проиллюстрировать высказываемые утверждения.

**Спектр сигнала** Формула для вычисления спектра периодического сигнала и спектра непрерывного сигнала. Пример вычисления спектра прямоугольного сигнала и прямоугольного импульса. Фаза сигнала, её свойства.

**Принцип неопределённости** Полоса сигнала во временном и в частотном представлении, связь между ними

$$\Delta f \cdot \Delta \tau = \text{const},$$

показанная на примере прямоугольного импульса. Таблица констант для различных форм сигналов.

**Связь спектров периодических и непрерывных сигналов** общие черты, принципиальные различия между ними.

**Спектр периодических сигналов** Запись через дельта-функции. Спектр дельта-функции. Спектр синусоиды. Спектр «периодического» сигнала конечной длительности как свёртка со спектром прямоугольного окна.

## 2.3 День 3

Задача переноса спектра в область высоких частот. Невозможность непосредственной передачи человеческой речи по радиоканалу – быстрое затухание. Решение проблемы – использование ВЧ сигнала как несущей.

Сегодня рассматриваем непрерывные модуляции, носитель – гармоническое колебание.

**Амплитудная модуляция.** Вывод спектра сигнала. Недостатки:

- Большая мощность тратится на несущую.
- Малая помехозащищённость

**Угловая модуляция.**  $y(t) = A \cdot \cos(\omega(t) \cdot t + \varphi(t)) = A \cdot \cos(\Phi(t))$  Частотная и фазовая модуляции как варианты угловой. *Индекс модуляции  $\psi_m$ , девиация.* Применение больших и малых индексов модуляции на практике. Ширина полосы ЧМ, ФМ сигнала:

$$\Delta f \approx 2F \left( 1 + \sqrt{\psi_m} + \psi_m \right)$$

. Спектр УМ-сигнала.

Преимущества ЧМ – повышенная помехозащищённость по сравнению с АМ. Выигрыш отношения сигнал/шум при использовании ЧМ выражается формулой  $B = 3\psi_m^2$  (по мощности).

**Балансно модулированный сигнал** .**TODO** Успею ли?

$$y(t) = \frac{m}{2} U_m \cos((\omega_0 - \Omega)t) + \frac{m}{2} U_m \cos((\omega_0 + \Omega)t)$$

Спектр сигнала. Преимущество БМ перед простым АМ сигналом – «экономичность». Single sideband – дальнейшей метод «улучшения» АМ.

## 2.4 День 4

Рассмотрим модуляции прямоугольного сигнала как несущей – импульсная модуляция.

**АМ** Аналогичен методу непрерывной модуляции. Методы стробирования и огибания прямоугольного импульса.

**Широтно-импульсная модуляция** Односторонний и двухсторонний варианты.

Рисунок спектра сигнала, появление боковых комбинационных спектров. Условия на частоты информационного и несущего сигналов.

Связь длительности фронтов несущего сигнала и полосой пропускания информационного сигнала.

**Фазо-импульсная модуляция** Опорные и информационные импульсы. Отсутствие влияния искажения фронтов на полосу сигналов, полоса пропускания определяется длительностью одиночного импульса.

**Частотно-импульсная модуляция** Что-то тоже сказать.

**Манипуляция** В случае, если информационный сигнал является последовательностью нулей и единиц, то параметры несущего сигнала изменяются скачком, процесс зовётся *манипуляцией*.

## Методы повышения пропускной способности канала

- Полоса сигнала, её преобразования, сопряжённые с этим изменения его свойств (комплексный характер, квадратурное представление, ...)
- Краткая история протоколов передачи данных модемов, применённые для увеличения скорости техники.

## 2.5 День 5.

Сигнал с ограниченным спектром. Пример сигнала, свойство такого сигнала – неограниченность во времени.

Базисные функции Котельникова, их АЧХ и ФЧХ. Разложение сигнала с ограниченным спектром по базису. Вычисление коэффициентов ряда при базисных функциях – они равны отсчётам исходного сигнала:

$$x(k\Delta t), k \in \mathbb{Z}$$

Формулировка теоремы отсчётов для сигнала с ограниченным спектром.

Ограничения применения теоремы.

- Пример неправильного восстановления синусоиды, не удовлетворяющей критерию Найквиста – зеркалирование относительно  $f_d$ .
- Требование на непрерывность значения отсчётов. Шум квантования как результат конечной разрядности АЦП.
- Восстановление сигнала по отсчётам – проблема получения идеальных базисных функций ряда Котельникова.

## 3 Вопросы для зачёта

- Посчитать спектр заданного сигнала. **TODO** виды сигналов.
- Оценить требуемые параметры несущей для указанного вида модуляции и информационного сигнала.
- По спектру сигнала нарисовать, как будет выглядеть спектр периодического сигнала, из него полученного.
- Определить, реализуем ли сигнал с указанными АЧХ/ФЧХ на практике.

- Определить, ортогональны ли сигналы.
- Проверить, возможно ли теоретически передать сигнал с указанными свойствами по каналу с ограниченной пропускной способностью.
- **TODO**

## Список литературы

- [1] А.Л. Ларин. Аналоговая электроника. Учебно-методическое пособие МФТИ 2007.
- [2] <http://www2.fep.tsure.ru/russian/asni/books/toiit1/Unpack/to2~1213.doc>
- [3] Ю.А. Романюк Основы цифровой обработки сигналов.